

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ  
ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021 – 2022  
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 ΜΑΙΟΥ 2022  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)  
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

---

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα**
3. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
4. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
5. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής η οποία πρέπει να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
7. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
8. Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

**ΜΕΡΟΣ Α:** Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

**A1.** Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης

$$f(x) = x^3 + 2\eta\mu x + e^x - \ln x + 7, \quad x \in (0, +\infty)$$

**A2.** Να λύσετε την εξίσωση  $\ln x - \ln 2 = \ln 40$

**A3.** Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 7 και το άθροισμα του πρώτου και του έβδομου όρου της είναι 20. Να βρείτε τον πρώτο όρο και την διαφορά της αριθμητικής προόδου.

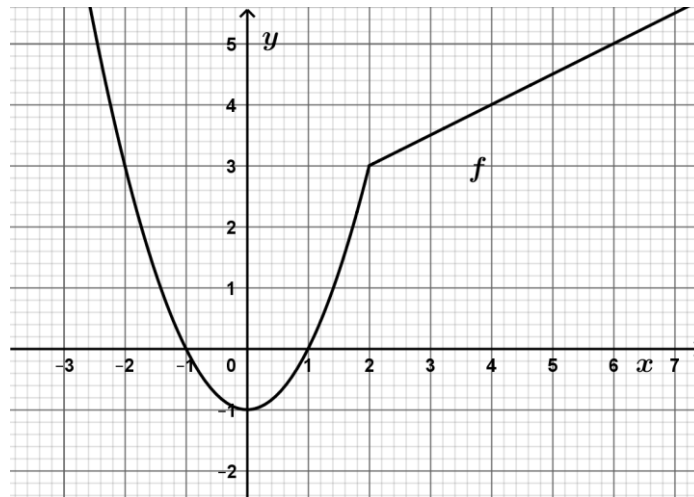
**A4.** Η καμπύλη ( $K$ ) έχει εξίσωση  $x^3 - xy + y^2 = 11$

(α) Να αποδείξετε ότι

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - y}{x - 2y}$$

(β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στην καμπύλη ( $K$ ) στο σημείο της με τεταγμένη  $x = 2$  και τεταγμένη  $y > 0$ .

**A5.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, +\infty)$



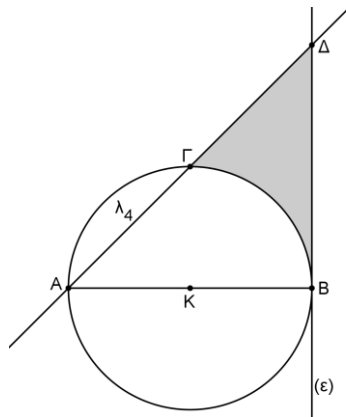
I. Να βρείτε τις τιμές του  $x$ , για τις οποίες: (4 μον.)

(α) η συνάρτηση  $f$  δεν είναι παραγωγίσιμη

(β) η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  δέχεται οριζόντια εφαπτομένη

II. Να βρείτε την τιμή  $f'(4)$  (1 μον.)

- A6.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, R)$  και μια διάμετρος του  $AB$ . Στο σημείο  $B$  φέρουμε την εφαπτομένη  $(\varepsilon)$  και από το  $A$  τη χορδή  $AG = \lambda_4$ . Η προέκταση της  $AG$  τέμνει την εφαπτομένη  $(\varepsilon)$  στο  $\Delta$ . Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου  $B\Gamma\Delta$ , συναρτήσει της ακτίνας  $R$ .



**ΜΕΡΟΣ Β:** Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \begin{cases} \alpha x + \beta - \eta \mu x, & x < 0 \\ x^2 + \beta x, & x \geq 0 \end{cases}$

Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x = 0$

- B2.** (α) Να λύσετε την εξίσωση (6 μον.)

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

- (β) Αν το  $\rho$  είναι η μεγαλύτερη από τις λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης, να υπολογίσετε το άθροισμα: (4 μον.)

$$S = \log_2 \rho + \log_4 \rho + \log_{16} \rho + \log_{256} \rho + \dots$$

- B3.** Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$

- (α) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει

$$\frac{(f'(x))^2}{f''(x)} = e^{2x}$$

(7 μον.)

- (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της γραφικής παράστασης της  $f$ , στο οποίο η εφαπτομένη είναι κάθετη στην ευθεία με εξίσωση  $y = -x$  (3 μον.)

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**  
**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

# ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β΄ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

### Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1 - \varepsilon\varphi^2\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

$$\alpha = 2R\eta\mu A$$

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$$

$$E = \frac{1}{2}\beta\gamma\eta\mu A$$